

## PROBLEMI RISOLTI DI DINAMICA

1. Un' automobile di massa 1200 Kg aumenta in modo uniforme la sua velocità di 30 m/s in 20 s.
- Quale forza agisce durante i 20 s?
  - Quale forza sarebbe necessaria per imprimere un' accelerazione di 3 m/s<sup>2</sup> ?

### Dati

massa  $\rightarrow m = 1200 \text{ Kg}$   
 intervallo di tempo  $\rightarrow \Delta t = 20 \text{ s}$   
 variazione di velocità  $\rightarrow \Delta v = 30 \text{ m/s}$

### Incognite

forza  $\rightarrow F = ?$   
 nuova forza  $\rightarrow F_1 = ?$

### Soluzione

- a) Calcoliamo l' accelerazione

$$a = \frac{\Delta v}{\Delta t} \Rightarrow a = \frac{30 \frac{m}{s}}{20s} = 1,5 \frac{m}{s^2}.$$

Applicando il secondo principio della dinamica, calcoliamo la forza:

$$F = m \cdot a \Rightarrow F = 1200 \text{ Kg} \cdot 1,5 \frac{m}{s^2} = 1800 \text{ N}.$$

- b) Forza e accelerazione sono direttamente proporzionali, quindi per ottenere un' accelerazione doppia l' intensità della forza deve raddoppiare:

$$F_1 = 3600 \text{ N}.$$

2. Un carrello di massa 50 Kg è inizialmente fermo su un piano orizzontale. Su di esso agisce, parallelamente al piano, una forza costante di 100 N per 15 secondi.
- Quanto vale l' accelerazione?
  - Quale distanza percorre il carrello e quale velocità raggiunge dopo i 15 secondi?

### Dati

massa  $\rightarrow m = 50 \text{ Kg}$   
 forza  $\rightarrow F = 100 \text{ N}$   
 tempo  $\rightarrow t = 15 \text{ s}$   
 velocità iniziale  $\rightarrow v_0 = 0$

### Incognite

accelerazione  $\rightarrow a = ?$   
 distanza percorsa  $\rightarrow s = ?$   
 velocità  $\rightarrow v = ?$

**Soluzione**

- a) Calcoliamo l' accelerazione applicando il secondo principio della dinamica:

$$F = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m} = \frac{100N}{50Kg} \Rightarrow a = 2 \frac{m}{s^2}.$$

- b) La forza è costante, quindi anche l' accelerazione è costante; infatti il moto è uniformemente accelerato.

Calcoliamo la distanza percorsa con l' equazione del moto:

$$s = v_o \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2.$$

Poiché la velocità iniziale è nulla, vale l' equazione semplificata:

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \Rightarrow s = \frac{1}{2} 2 \frac{m}{s^2} \cdot (15s)^2 \Rightarrow s = 225m.$$

Calcoliamo la velocità raggiunta con l' equazione del moto:

$$v = v_o + a \cdot t.$$

Poiché la velocità iniziale è nulla, vale l' equazione semplificata:

$$v = a \cdot t = 2 \frac{m}{s^2} \cdot 15s \Rightarrow v = 30 \frac{m}{s}.$$

3. Un' automobile di 1200 Kg traina una roulotte di 600 Kg. La forza risultante che agisce sul sistema vale 3600 N. Qual è:
- L' accelerazione del sistema.
  - La forza che si esercita sulla roulotte e quella che si esercita sull' auto.

**Dati**

massa dell' auto  $\rightarrow m_a = 1200 \text{ Kg}$

massa roulotte  $\rightarrow m_r = 600 \text{ Kg}$

forza che agisce  $\rightarrow F = 3600 \text{ N}$

**Incognite**

accelerazione  $\rightarrow a = ?$

forza che agisce sulla roulotte  $\rightarrow F_r = ?$

forza che agisce sull' auto  $\rightarrow F_a = ?$

**Soluzione**

- a) La forza di intensità 3600 N agisce sulla somma delle due masse.  
Applicando la seconda legge della dinamica, si trova l' accelerazione:

$$F = (m_a + m_r) \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m_a + m_r} = \frac{3600N}{1200Kg + 600Kg} = 2 \frac{m}{s^2}.$$

- b) Nota la massa della roulotte e l' accelerazione con cui si muove, si può ricavare la forza agente sulla roulotte:

$$F_r = m_r \cdot a \Rightarrow F_r = 600Kg \cdot 2 \frac{m}{s^2} = 1200N.$$

Questa forza viene esercitata dall' auto sulla roulotte mediante il gancio di traino.

Per il terzo principio della dinamica la roulotte reagisce esercitando sull' auto una forza uguale e contraria. Pertanto la forza complessiva esercitata sull' auto è:

$$F_a = F - F_r \Rightarrow F_a = 3600N - 1200N = 2400N.$$

Allo stesso risultato si giunge applicando all' auto la seconda legge della dinamica:

$$F_a = 1200Kg \cdot 2 \frac{m}{s^2} = 2400N.$$

4. Un ragazzo di massa 80 Kg e una ragazza di massa 60 Kg sono fermi sui pattini in uno stadio del ghiaccio. Il ragazzo dà una spinta alla ragazza applicando una forza di intensità 50 N.
- Quale accelerazione acquistano i due ragazzi?
  - Quanto dura il moto accelerato?

#### Dati

massa ragazzo  $\rightarrow m_1 = 80 \text{ Kg}$

massa ragazza  $\rightarrow m_2 = 60 \text{ Kg}$

#### Incognite

accelerazione ragazzo  $\rightarrow a_1 = ?$

accelerazione ragazza  $\rightarrow a_2 = ?$

#### Soluzione

- a) Alla ragazza viene applicata una forza, quindi essa acquista un' accelerazione:

$$a_2 = \frac{F}{m_2} = \frac{50N}{60N} = 0,83 \frac{m}{s^2}.$$

Per il terzo principio della dinamica il ragazzo è sottoposto a una forza uguale e contraria alla spinta che esercita; quindi anch' egli acquista un' accelerazione:

$$a_1 = \frac{F}{m_1} = \frac{50N}{80Kg} = 0,625 \frac{m}{s^2}.$$

b) Il moto è accelerato solo per il tempo molto breve in cui agisce la spinta. Nel momento in cui la spinta viene a mancare, i due ragazzi si muovono in verso opposto con velocità costante verso il bordo della pista. In questo caso si è trascurato l' attrito dell' aria e quello dei pattini contro il ghiaccio.

5. Una cassa di peso 100 N si muove su un piano orizzontale sottoposta a una forza di 20 N parallela al piano. Il coefficiente di attrito dinamico tra cassa e piano vale 0,1. Qual è la forza risultante sulla cassa?

**Dati**

peso cassa  $\rightarrow P = 100 \text{ N}$   
 forza applicata  $\rightarrow F = 20 \text{ N}$   
 coefficiente di attrito dinamico  $\rightarrow k_d = 0,1$

**Incognite**

forza di attrito  $\rightarrow F_a = ?$

**Soluzione**

La forza premente coincide con il peso della cassa, perché il piano è orizzontale; perciò l' intensità della forza d' attrito  $F_a$  è:

$$F_a = k_d \cdot P = 0,1 \cdot 100N = 10N$$

L' intensità della forza risultante è uguale alla differenza fra l' intensità della forza applicata e l' intensità della forza di attrito:

$$F_r = F - F_a = 20N - 10N = 10N.$$

6. Un ragazzo si trova su un ponte. Lascia cadere un sasso che tocca l' acqua dopo 2 secondi. Calcolare l' altezza del ponte, sapendo che la mano dista 1,5 m dal piano stradale.

**Dati**

tempo di caduta  $\rightarrow t = 2 \text{ s}$

**Incognite**

altezza del ponte  $\rightarrow h = ?$

**Soluzione**

Si conosce il tempo di caduta; quindi si può calcolare lo spazio percorso (distanza mano-acqua) mediante l' equazione oraria del moto di caduta:

$$y = \frac{1}{2} g \cdot t^2 \Rightarrow y = \frac{1}{2} 9,8 \frac{m}{s^2} \cdot (2s)^2 = 19,6m .$$

Poiché la mano del ragazzo si trova a 1,5 metri dal piano stradale, l' altezza del ponte è

$$h = y - 1,5m = 18,1m .$$

7. Un uomo di massa 70 Kg sta in piedi in ascensore.  
Calcolare la forza che il pavimento esercita su di lui nei seguenti casi:
- l' ascensore è fermo;
  - l' ascensore sale con velocità costante di 10 m/s;
  - l' ascensore sale con accelerazione costante di 1 m/s<sup>2</sup> .

### Dati

massa dell' uomo  $\rightarrow m = 70 \text{ Kg}$   
 velocità ascensore  $\rightarrow v = 10 \text{ m/s}$   
 accelerazione ascensore  $\rightarrow a = 1 \text{ m/s}^2$

### Incognite

forza  $\rightarrow F = ?$

### Soluzione

Il peso dell' uomo vale

$$P = m \cdot g \Rightarrow P = 70 \text{ Kg} \cdot 9,8 \frac{m}{s^2} \Rightarrow P = 686 \text{ N} .$$

- Poiché l' ascensore è fermo, anche l' uomo è fermo; quindi la forza risultante sull' uomo è nulla. Ciò significa che l' intensità della forza esercitata dal pavimento è uguale al peso: 686 N.
- Se l' ascensore sale con velocità costante, anche l' uomo si muove con velocità costante: quindi la risultante delle forze applicate sull' uomo è nulla. Ne consegue che l' intensità della forza esercitata dal pavimento sull' uomo è ancora uguale al peso dell' uomo: 686 N.
- L' uomo si muove con la stessa accelerazione dell' ascensore: 1 m/s<sup>2</sup> . Ciò significa che su di lui agisce una forza risultante

$$F_r = m \cdot a \Rightarrow F_r = 70 \text{ Kg} \cdot 1 \frac{m}{s^2} \Rightarrow F_r = 70 \text{ N} .$$

Il pavimento deve equilibrare il peso dell' uomo e in più esercitare una spinta di 70 N: L' intensità della forza totale che il pavimento esercita sull' uomo vale

$$F = 686 \text{ N} + 70 \text{ N} = 756 \text{ N} .$$

8. Una biglia di 100 g cade in un mezzo viscoso (olio). La forza di attrito è proporzionale alla velocità e il coefficiente di attrito vale  $k = 0,2 \text{ N/(m/s)}$ .
- Calcolare la velocità limite.
  - Calcolare il valore della forza di attrito nell'istante in cui la biglia raggiunge la velocità limite.

**Dati**

massa della biglia  $\rightarrow m = 100 \text{ g}$   
 coefficiente di attrito  $\rightarrow k = 0,2 \text{ N/(m/s)}$

**Incognite**

velocità limite  $\rightarrow v = ?$   
 forza di attrito  $\rightarrow F_a = ?$

**Soluzione**

- a) L' intensità della forza risultante sulla biglia è

$$F_r = P - F_a.$$

La velocità limite viene raggiunta quando  $F_r = 0$ ; quindi  $P = F_a$ . In tale situazione  $m \cdot g = k \cdot v$ . Risolvendo questa equazione rispetto a  $v$  si ricava la velocità limite:

$$v = \frac{m \cdot g}{k} \Rightarrow v = \frac{0,1 \text{ Kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}}{0,2 \frac{\text{N}}{\text{m/s}}} \Rightarrow v = 4,9 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

- b) Quando la biglia raggiunge la velocità limite, la forza di attrito eguaglia la forza peso; quindi

$$F_a = m \cdot g = 0,1 \text{ Kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \Rightarrow F_a = 0,98 \text{ N}.$$

9. Un' automobile di massa 1200 Kg, che si muove alla velocità di 108 Km/h, frena in 9 secondi e si ferma. Calcolare :
- la quantità di moto dell' auto prima che inizi la frenata;
  - l' impulso necessario per fermarla;
  - la forza media che bisogna esercitare per fermarla .

**Dati**

massa dell' automobile  $\rightarrow m = 1200 \text{ Kg}$   
 velocità iniziale  $\rightarrow v_i = 108 \text{ Km/h}$   
 velocità finale  $\rightarrow v_f = 0 \text{ m/s}$   
 tempo di frenata  $\Delta t = 9 \text{ s}$

**Incognite**

quantità di moto iniziale  $\rightarrow p_i = ?$   
 impulso  $\rightarrow I = ?$   
 forza media  $\rightarrow F_m = ?$

**Soluzione**

- a) Trasformiamo la velocità in m/s

$$v_i = 108 \frac{1000m}{3600s} \Rightarrow v_i = 30 \frac{m}{s}$$

Calcoliamo la quantità di moto iniziale mediante la definizione:

$$p_i = m \cdot v_i = 1200Kg \cdot 30 \frac{m}{s} \Rightarrow p_i = 36000 \frac{Kg \cdot m}{s}$$

b) Il teorema dell' impulso stabilisce che

$$I = \Delta p \Leftrightarrow I = p_f - p_i$$

l' impulso è uguale alla variazione della quantità di moto. Poiché la quantità di moto finale è zero, la variazione della quantità di moto è data da

$$\Delta p = p_f - p_i \Rightarrow \Delta p = (0 - 36000) \frac{Kg \cdot m}{s} \Rightarrow \Delta p = -36000 \frac{Kg \cdot m}{s}$$

Quindi anche l' impulso ha lo stesso valore:

$$I = -36000 \frac{Kg \cdot m}{s}$$

c) Per il calcolo della forza media utilizziamo la definizione di impulso:

$$I = F_m \cdot \Delta t \Rightarrow F_m = \frac{I}{\Delta t} = \frac{-36000 \frac{Kg \cdot m}{s}}{9s} \Rightarrow F_m = -4000N$$

Il segno meno deriva dal fatto che la forza esercitata è una forza frenante; quindi essa ha verso opposto a quello della velocità dell' auto.

- 10.** Una forza costante di 10 N agisce per 4 secondi su un carrello di massa 2 Kg, inizialmente fermo. Il carrello si sposta nella direzione della forza applicata. Dimostrare che il lavoro fatto è numericamente uguale all' energia cinetica che il carrello possiede dopo i 4 secondi.

**Dati**

forza  $\rightarrow F = 10 \text{ N}$

massa  $\rightarrow m = 2 \text{ Kg}$

tempo  $\rightarrow t = 4 \text{ s}$

velocità iniziale  $\rightarrow v_i = 0$

**Incognite**

$L = E_C = ?$

**Soluzione**

Calcoliamo l' accelerazione applicando la seconda legge della dinamica:

$$F = m \cdot a \Rightarrow a = \frac{F}{m} \Rightarrow a = \frac{10N}{2Kg} = 5 \frac{m}{s^2}.$$

Applichiamo le equazioni del moto uniformemente accelerato per calcolare velocità e spostamento:

$$v = a \cdot t \Rightarrow v = 5 \frac{m}{s^2} \cdot 4s = 20 \frac{m}{s},$$

$$s = \frac{1}{2} a \cdot t^2 \Rightarrow s = \frac{1}{2} 5 \frac{m}{s^2} \cdot (4s)^2 = 40m.$$

Calcoliamo l' energia cinetica applicando la definizione:

$$E_c = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow E_c = \frac{1}{2} \cdot 2Kg \cdot \left(20 \frac{m}{s}\right)^2 = 400J.$$

Il lavoro fatto dalla forza vale

$$L = \vec{F} \cdot \vec{s} = Fs \cos\alpha \Rightarrow L = Fs \quad \text{essendo } \cos\alpha = 1. \text{ Pertanto risulta}$$

$$L = 10N \cdot 40m = 400J.$$

Lavoro ed energia hanno lo stesso valore.

- 11.** Marco si trova al terzo piano di un edificio. Lascia cadere un pallone di 200 g posto a 10 m dal punto di riferimento B. Luca lo raccoglie e lo lancia verso l' alto con una velocità di 13 m/s. Il pallone arriva nelle mani di Marco?

**Dati**

massa pallone  $\rightarrow m = 200 \text{ g}$

distanza AB = 10 m

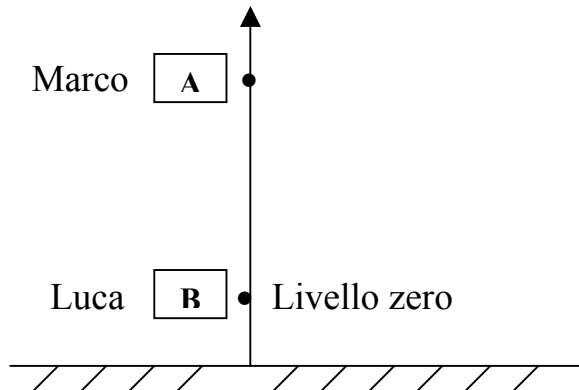
velocità di lancio  $\rightarrow v_i = 13 \text{ m/s}$

**Incognite**

altezza raggiunta  $\rightarrow h_y = ?$

**Soluzione**





Studiamo il moto in due tempi, quello di discesa e quello di salita

**Moto di discesa.** Con  $E_m$  indichiamo l'energia meccanica, che è la somma dell'energia potenziale  $U$  (gravitazionale) e di quella cinetica  $E_C$ .

Punto iniziale A:

$$U_A = m \cdot g \cdot h \Rightarrow U_A = 0,2\text{Kg} \cdot 9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \cdot 10\text{m} = 19,6\text{J}, \quad (\text{il pallone è fermo})$$

$$E_{CA} = 0\text{J},$$

$$E_m(\text{iniziale}) = U_A + E_{CA} = 19,6\text{J} + 0\text{J} = 19,6\text{J}.$$

Punto di arrivo B:

$$U_B = 0 \quad (\text{l' altezza del pallone rispetto al livello di riferimento è zero}),$$

$$E_{CB} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \quad (\text{velocità incognita}),$$

$$E_m(\text{finale}) = U_B + E_{CB} = 0 + \frac{1}{2} m \cdot v^2.$$

Poiché l'energia meccanica si conserva, vale l'uguaglianza

$$E_m(\text{iniziale}) = E_m(\text{finale}) \Leftrightarrow U_A + E_{CA} = U_B + E_{CB} \quad (\text{principio di conservazione}$$

dell'energia meccanica)

$$19,6\text{J} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 \Rightarrow v = \sqrt{\frac{2 \cdot 19,6\text{J}}{0,2\text{Kg}}} = 14 \frac{\text{m}}{\text{s}}.$$

**Moto di risalita.**

Punto iniziale B:

$$U_B = 0$$

(l' altezza del pallone rispetto al livello di riferimento è zero),

$$E_{CB} = \frac{1}{2} m \cdot v^2 = \frac{1}{2} 0,2 \text{Kg} \cdot \left( 13 \frac{\text{m}}{\text{s}} \right)^2 = 16,9 \text{J} \text{ (valore massimo).}$$

$$E_m(\text{iniziale}) = 19,6 \text{J}.$$

Punto finale y incognito:

$$E_y = 0 \text{ (il pallone è fermo),}$$

$$U_y = m \cdot g \cdot h_y,$$

$$E_m(\text{finale}) = m \cdot g \cdot h_y + 0.$$

Poiché l' energia meccanica si conserva, deve essere:

$$m \cdot g \cdot h_y = 16,9 \text{J} \Rightarrow h_y = \frac{16,9 \text{J}}{m \cdot g} = \frac{16,9 \text{J}}{0,2 \text{Kg} \cdot 9,8 \text{m/s}^2} = 8,62 \text{m}.$$

Il pallone arriva a 8,62 m di altezza, quindi il ragazzo ( Marco) non riesce a prenderlo perché si trova a 10 m di altezza.