

519 Data una circonferenza di diametro AB , centro O e raggio r , traccia una corda AC di misura $r\sqrt{3}$. Considera un punto P sulla corda AC , tale che $\widehat{AOP} = x$, e determina x in modo che, condotta da P la corda MN di cui P è il punto medio, risulti $MN = r\sqrt{2}$.

$$MN = r\sqrt{2}$$

Se AC è $r\sqrt{3}$ allora significa che il triangolo ABC è metà di un triangolo **EQUILATERO** e quindi CB è r , l'angolo in A è 30° . Lo posso verificare anche col **TEOREMA di PITAGORA** se non sono convinto.

Sapere che l'angolo in A è 30° mi serve per applicare il **TEOREMA del SENO** al triangolo APO per trovare PO .

$$CB = \sqrt{AB^2 - AC^2} = \sqrt{4r^2 - 3r^2} = \sqrt{r^2} = r$$

$$\frac{PO}{\sin 30^\circ} = \frac{AO}{\sin(\frac{5}{6}\pi - x)} \rightarrow \frac{PO}{\sin \frac{\pi}{6}} = \frac{r}{\sin(\frac{5}{6}\pi - x)}$$

$$\rightarrow \frac{PO}{\frac{1}{2}} = \frac{r}{\sin(\frac{5}{6}\pi - x)} \rightarrow 2PO = \frac{r}{\sin(\frac{5}{6}\pi - x)}$$

$$\rightarrow PO = \frac{r}{2 \sin(\frac{5}{6}\pi - x)}$$

Ora mi concentro sul triangolo PON che è un triangolo rettangolo (poiché il segmento PO che dal centro taglia a metà la corda MN è perpendicolare ad essa), quindi posso trovare PN e di conseguenza MN

$$PN = \sqrt{NO^2 - PO^2} = \sqrt{r^2 - \frac{r^2}{4 \sin^2(\frac{5}{6}\pi - x)}}$$

$$MN = 2 \sqrt{r^2 - \frac{r^2}{4 \sin^2(\frac{5}{6}\pi - x)}} = (r\sqrt{2}) \quad \text{equazione da risolvere}$$

$$4 \left(r^2 - \frac{r^2}{4 \sin^2 \dots} \right) = r^2 \cdot 2 \rightarrow 4r^2 \left(1 - \frac{1}{4 \sin^2 \dots} \right) = 2r^2$$

$$2 - \frac{2}{4 \sin^2(\frac{5}{6}\pi - x)} - 1 = 0 \rightarrow 1 - \frac{1}{2 \sin^2(\frac{5}{6}\pi - x)} = 0$$

$$2 \sin^2(\frac{5}{6}\pi - x) - 1 = 0 \quad \sqrt{\sin^2(\frac{5}{6}\pi - x)} = \sqrt{\frac{1}{2}} \rightarrow \sin(\frac{5}{6}\pi - x) = \sqrt{\frac{1}{2}}$$

$$\sin(\frac{5}{6}\pi - x) = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\text{sostituisco } \frac{5}{6}\pi - x = t$$

$$\sin t = \frac{\sqrt{2}}{2}$$



$$t = \begin{cases} \frac{\pi}{4} \\ \frac{3}{4}\pi \end{cases}$$

Risostituisco

$$t = \frac{\pi}{4} \rightarrow \frac{5}{6}\pi - x = t \rightarrow \frac{5}{6}\pi - x = \frac{\pi}{4} \rightarrow -x = \frac{\pi}{4} - \frac{5}{6}\pi$$

$$-x = \frac{3\pi - 10\pi}{12} \rightarrow -x = -\frac{7}{12}\pi \quad \boxed{x = \frac{7}{12}\pi} \quad \checkmark$$

$$t = \frac{3}{4}\pi \rightarrow \frac{5}{6}\pi - x = \frac{3}{4}\pi \quad -x = \frac{3}{4}\pi - \frac{5}{6}\pi \quad -x = \frac{9\pi - 10\pi}{12}$$

$$-x = -\frac{\pi}{12} \quad \boxed{x = \frac{\pi}{12}} \quad \checkmark$$

