$$\frac{(-x+1)\cdot\left(\frac{2x+3}{2\sqrt{x^2+3x+3}}-1\right)}{\sqrt{x^2+3x+3}-x-1}$$

Voglio dimostrare che è sempre <u>crescente</u> e <u>negativo</u>
nell'intervallo $[-1,1]$

Che è sempre negativo: ok lo abbiamo già dimostrato.

Vediamo che è <u>crescente</u>!

1) $(-x+1)$ è lineare: in $x=-1$ vale 2 in $x=1$ vale 0
è sempre positivo decrescente

2) $$\left(\frac{2x+3}{2\sqrt{x^2+3x+3}}-1\right) = \left(\frac{2x+3-2\sqrt{x^2+3x+3}}{2\sqrt{x^2+3x+3}}\right)$$

Calcola la derivata:

$$\frac{\left(2-\frac{\cancel{2}(2x+3)}{2\sqrt{\ }}\right)\cdot 2\sqrt{x^2+3x+3} - \frac{\left(2x+3-2\sqrt{x^2+3x+3}\right)}{\cancel{2}\sqrt{\ }}\cdot\cancel{2}(2x+3)}{(2\sqrt{\ })^2 \qquad (-x+1)}$$

$$\frac{4\sqrt{\ } - (2x+3) - \frac{(2x+3)^2 - 2(2x+3)\sqrt{\ }}{\sqrt{\ }}}{(2\sqrt{\ })^2} = \frac{\frac{4(x^2+3x+3) - (2x+3)\sqrt{\ } - (2x+3)^2 + 2(2x+3)\sqrt{\ }}{\sqrt{\ }}}{(2\sqrt{\ })^2} = \frac{3+2(2x+3)\sqrt{\ }}{\sqrt{\ }}\cdot\frac{1}{(2\sqrt{\ })^2} \boxed{>0 \ \forall x\in[-1,1]}$$

Quindi il fattore $\left(\frac{2x+3}{2\sqrt{\ }}-1\right)$ è sempre crescente in $[-1,1]$

Inoltre tale fattore è sempre negativo nell'intervallo considerato

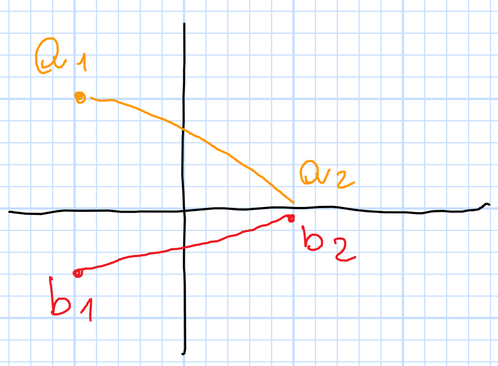
3) $\sqrt{x^2+3x+3}-x-1$ è sempre positivo e sempre decrescente nell'intervallo considerato

Riprendiamo quindi i tre termini studiati

1) $\overbrace{(-x+1)}^{a}$ è sempre positivo è sempre decrescente e va da 2 (in $x=-1$) a 0 (in $x=1$)

2) $\overbrace{\left(\frac{2x+3}{2\sqrt{x^2+3x+3}}-1\right)}^{b}$ è sempre negativo, sempre crescente e va da $-\frac{1}{2}$ a circa $-0{,}06$

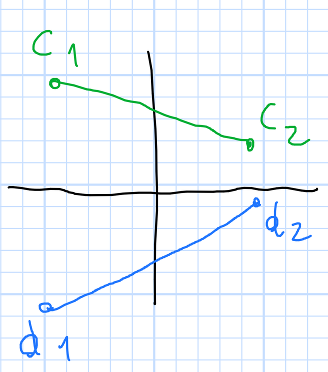
3) $\overbrace{\sqrt{x^2+3x+3}-x-1}^{c}$ è sempre positiva, sempre decrescente e va da 1 a $0{,}5$



$a_1 > a_2$
$b_1 < b_2$ $\Rightarrow a_1\cdot b_1 < a_2\cdot b_1 < a_2\cdot b_2$

$\Rightarrow a_1 b_1 < a_2 b_2 \Rightarrow$ $\boxed{ab \text{ è negativo crescente}}$

pongo $ab = d$



con considerazioni analoghe
$\frac{a\cdot b}{c}$ è negativo crescente

Quindi la derivata prima è la somma di due termini:
il primo è positivo crescente (quello con il logaritmo)
il secondo è negativo crescente $\left(\frac{a\cdot b}{c}\right)$

Quindi se la loro somma si annulla in un punto, non può annullarsi in nessun altro punto.

Quindi abbiamo un solo punto stazionario che è un minimo (per quanto detto nei giorni scorsi)

E quindi anche se non sappiamo quale sia la x di questo minimo, sappiamo che è unica.