

$$f(x) = \frac{1}{2 \sqrt[3]{x+1}}$$

$$\text{Dominio: } x+1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -1$$

$$\Rightarrow D = \mathbb{R} - \{-1\}$$

Studio l'injectività in D :

$$\text{Siano } a, b \in D$$

$$f(a) = \frac{1}{2 \sqrt[3]{a+1}}$$

$$f(b) = \frac{1}{2 \sqrt[3]{b+1}}$$

$$f(a) = f(b) \iff$$

$$\frac{1}{2 \sqrt[3]{a+1}} = \frac{1}{2 \sqrt[3]{b+1}}$$

$$\iff \sqrt[3]{a+1} = \sqrt[3]{b+1}$$

$$\Leftrightarrow a+1 = b+1 \Leftrightarrow a=b$$

Quindi in D :

$$f(a) = f(b) \Leftrightarrow a = b$$

quindi f è l'isettiva
in D .

Studio la suriettività:

$$y = \frac{1}{2\sqrt[3]{x+1}} \rightarrow 2y = \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}}$$

$$\rightarrow 8y^3 = \frac{1}{x+1}$$

$$\boxed{8y \neq 0}$$

allora

$$x+1 = \frac{1}{8y^3} \Rightarrow x = \frac{1}{8y^3} - 1$$

Il codominio è $C = \mathbb{R} - \{0\}$

QUINDI:

In $D = \mathbb{R} - \{-1\}$

e $C = \mathbb{R} - \{0\}$

la funzione è biunivoca, quindi invertibile, e la sua inversa è

$$f^{-1}: \mathbb{R} - \{0\} \rightarrow \mathbb{R} - \{-1\}$$
$$x \rightarrow f^{-1}(x) = \frac{1}{8x^3} - 1$$