STUDIO DEL SEGNO DELL'ESPRESSIONE $\frac{1}{2} sinx(9sin^2x - 7)$

Essendo il prodotto di due polinomi goniometrici si studiano i segni separatamente e poi si fa la rappresentazione grafica sulla circonferenza goniometrica.

Studio del segno di sinx:

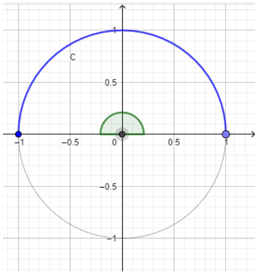
sinx > 0

quando

0 < x < π

Aggiungendo la periodicità abbiamo

$2k\pi < x < \pi + 2k\pi$ con k∈Z



Studio del segno di $9sin^2x - 7$

L'equazione associata è

$9sin^2x - 7 = 0$

$9sin^2x = 7$

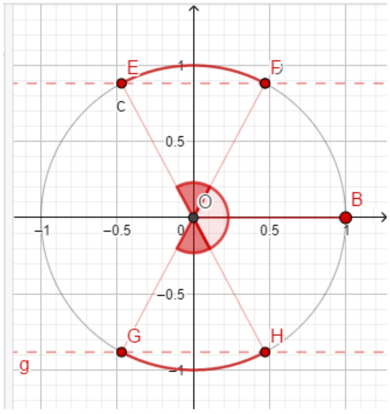
$sin^2x = \frac{7}{9}$

$\sin x = \pm\sqrt{\frac{7}{9}} = \pm\frac{\sqrt{7}}{3}$

Dove l'angolo principale è

$x = \pm arcsen\frac{\sqrt{7}}{3} \simeq \pm 1.08$ ed i suoi supplementare sono

$$x = \pi \pm arcsen\frac{\sqrt{7}}{3} =< \begin{matrix} \pi + arcsen\frac{\sqrt{7}}{3} \cong 4.22 \\ \pi - arcsen\frac{\sqrt{7}}{3} \cong 2.06 \end{matrix}$$



Eseguendo considerazioni analoghe al calcolo polinomiale otteniamo che

$sin^2x > \frac{7}{9}$ se e solo se $\sin x < -\sqrt{\frac{7}{9}}\ V\ \sin x > \sqrt{\frac{7}{9}}$

Cioè

osservando la circonferenza goniometrica corrispondono agli angoli associati ai punti dell'arco EF ($\sin x > \sqrt{\frac{7}{9}}$) e dell'arco GH ($\sin x < -\sqrt{\frac{7}{9}}$).

Aggiungendo la periodicità deduciamo che essa è π (infatti gli angoli associati all'arco GH sono ricavabili dagli angoli associati all'arco EF aggiungendo semplicemente π) e dunque

$sin^2x > \frac{7}{9}$ se e solo se $arcsen\frac{\sqrt{7}}{3} + k\pi < x < (\pi - arcsen\frac{\sqrt{7}}{3}) + k\pi$ con k ∈Z.

Sovrapponendo lo studio del segno dei due fattori otteniamo 6 settori nei quali l'espressione ha segno ricavabile dal prodotto dello studio dei due segni ricavando dunque la soluzione,

cioè

l'espressione è positiva se e solo se

$arcsen\frac{\sqrt{7}}{3} + 2k\pi < x < \left(\pi - arcsen\frac{\sqrt{7}}{3}\right) + 2k\pi$

V

$\pi + 2k\pi < x < \left(\pi + arcsen\frac{\sqrt{7}}{3}\right) + 2k\pi$

V

$-arcsen\frac{\sqrt{7}}{3} + 2k\pi < x < 2k\pi$