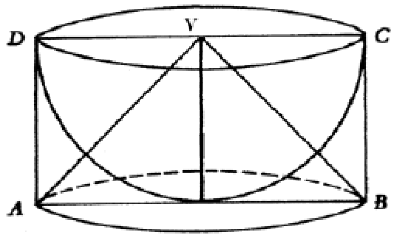
Esame di Stato Liceo Scientifico
Prova di Matematica - corso di Ordinamento - 26 giugno 2009
Soluzione del QUESTIONARIO
a cura di Luigi Tomasi

QUESITO 9

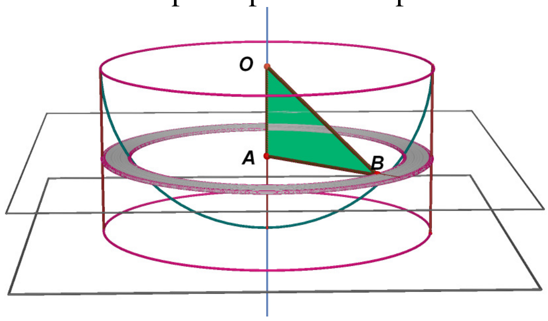
9. Nei *"Discorsi e dimostrazioni matematiche intorno a due nuove scienze"*, Galileo Galilei descrive la costruzione di un solido che chiama *scodella* considerando una semisfera di raggio r e il cilindro ad essa circoscritto. La *scodella* si ottiene togliendo la semisfera dal cilindro.



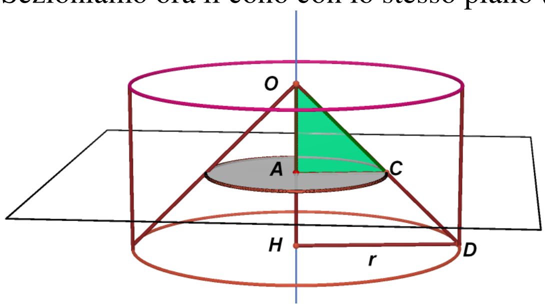
Si dimostri, utilizzando il principio di *Cavalieri*, che la *scodella* ha volume pari al cono di vertice V in figura.

Risoluzione del quesito 9

Sia r il raggio della sfera.
Si considera un piano parallelo al piano di base del cilindro a distanza x dal vertice del cono.



Questo piano seziona la semisfera secondo un cerchio di area:
$Area\ cerchio\ sezione\ semisfera = \pi(r^2 - x^2)$.
Il piano seziona la scodella secondo la corona circolare di area:
$Area\ corona\ circolare\ sezione\ scodella = \pi\, r^2 - \pi(r^2 - x^2) = \pi\, x^2$.
Sezioniamo ora il cono con lo stesso piano (parallelo al piano di base, a distanza x da vertice).



Si ottiene ovviamente un cerchio di raggio x, che ha area:
$Area\ cerchio\ sezione\ cono = \pi\, x^2$.
Pertanto, per ogni piano parallelo alla base della scodella, la sezione della scodella e la sezione del cono hanno la stessa area.
Pertanto il volume della scodella è uguale al volume del cono per il principio di Cavalieri.

Si conclude che il volume dell' "antiscodella" – cioè quello della semisfera – è lo stesso del volume dell' "anticono", ovvero $V = \frac{2}{3}\pi r^3$.

Quindi il volume della sfera è $Vsfera = 2 \cdot V\ antiscodella = \frac{4}{3}\pi r^3$

Commento:

Livello di difficoltà: alto.
E' in programma? Non si sa (leggete i programmi vigenti del 1945!)
Normalmente si fa.
E' un argomento presente nei libri di testo.
Controlla conoscenze non fondamentali.
Formulato in modo dispersivo.