Verifica di Matematica

Nome: ____________________ Classe: ____________ Data: ____________

Ogni risposta deve essere giustificata. Qualora mancasse la giustificazione, l'esercizio verrà considerato non valido (0pt) a prescindere dal risultato ottenuto.

Livello	N.	Esercizio	Punti
I	1	Si risolvano le seguenti equazioni senza utilizzare la formula risolutiva per le equazioni di secondo grado: i. $2x^2 + 7x + 3 = 0$; ii. $(x^2 + 4x + 3)(x^2 - 9) = 0$; iii. $(x^3 + 3x^2 + 3x + 1)(x^2 - 6x + 9)(2x + 1) = 0$. *Suggerimento: scomporre i polinomi. Qualsiasi altro metodo utilizzato deve essere adeguatamente giustificato.*	.../2pt
	2	Si risolvano le seguenti disequazioni: i. $x^2 + 1 > 1$; ii. $(x^2 - 9)(2x + 1) < 0$; iii. $(2x + 3)^{46} < 0$.	.../2pt
	3	Siano $q_1(x) = x^2 + 2x + 1$ e $q_2(x) = x^2$. Determinare per quali valori reali di x le seguenti condizioni sono soddisfatte quando prese singolarmente: i. $q_1(x) \geq 0$; ii. $q_1(x) \leq q_2(x)$; iii. $q_1(x)q_2(x) = 0$; iv. $2q_2(x) = q_1(x)$.	.../3pt
	4	Nel piano reale euclideo $E^2(\mathbb{R})$ con sistema di riferimento cartesiano Oxy, si consideri la parabola γ di equazione cartesiana $y = x^2 + 6x + 8$. Rappresentare γ e determinare la distanza tra i punti associati alle radici del polinomio che descrive la parabola.	.../5pt
II	1	Si consideri la circonferenza unitaria centrata nell'origine $\pi : x^2 + y^2 = 1$ e la retta $r : y = x$. Determinare i punti di intersezione e rappresentare la zona del piano $D : x^2 + y^2 - 1 \geq x$.	.../6pt
	2	Sia $p(x) = x^2 + 2mx + 1$, determinare per quali valori reali di m il polinomio ammette una sola radice reale.	.../4pt
III	1	**Formula del delta quarti.** Sia $p \in \mathbb{R}[x]$ un polinomio di secondo grado a coefficienti reali,diciamo $p(x) = ax^2 + bx + c$. Dimostrare che le sue radici sono descritte da $x = \frac{-\frac{b}{2} \pm \sqrt{\frac{\Delta}{4}}}{a}$, ove $\Delta = b^2 - 4ac$. *Nota: la dimostrazione deve essere ricavata dalla condizione $p(x) = 0$ senza scorciatoie; in caso si decida di partire dalla formula risolutiva già nota, l'esercizio, se corretto, verrà valutato la metà dei punti in palio.*	.../15pt
Jolly	1	Si dimostrino i seguenti teoremi: **Teorema del resto.** Sia $P(x)$ un polinomio dell'anello $\mathbb{R}[x]$ e sia $D(x) = x - a$ un divisore di $P(x)$, ove $a \in \mathbb{R}$. Allora il resto R della divisione di $P(x)$ per $D(x)$ è un elemento di $\mathbb{R}$ tale che $R = P(a)$. *Suggerimento: $P(x) = D(x)Q(x) + R$.* **Teorema di Ruffini.** $D(x) \mid P(x) \iff R = 0$.	.../15pt

Il questionario è stato scritto e condiviso da RebC - SOS Matematica.

Voto:	4,5	5	6	7	8	9	10	10L
Punteggio:	< 5 pt	5 pt	6 pt	10 pt	12 pt	14 pt	18 pt	> 18 pt

Buon lavoro!