$A(1,1,0)$ $B(3,2,-1)$ $\alpha: x-y+2z+6=0$

Vettore $\overrightarrow{AB} = (2,1,-1)$

a) Piano β passante per B e $\perp$ ad $\overline{AB}$ — Prodotto scalare $=0$

$(x-3)\cdot 2 + (y-2)\cdot 1 + (z+1)\cdot(-1) = 0 \Rightarrow$

$2x+y-z-6-2-1=0 \Rightarrow \boxed{2x+y-z-9=0}$

b) il vettore normale ad α è $(1,-1,2)$ $\vec{v}$

il " " a β è $(2,1,-1)$ $\vec{w}$

i due vettori non sono paralleli $\Rightarrow$ i due piani sono secanti

prodotto vettoriale $\begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & 2 \\ 2 & 1 & -1 \end{vmatrix} = i(1-2) - j(-1-4) + k(1+2) = (-1, 5, 3)$

quindi la retta $\alpha \cap \beta$ è parallela al vettore $(-1,5,3)$

verifico che $(1,7,0) \in \alpha$: $1-7+6=0$ OK

verifico che $(1,7,0) \in \beta$: $2+7-9=0$ OK

$\Rightarrow \boxed{\begin{cases} x = 1-t \\ y = 7+5t \\ z = 0+3t \end{cases} \text{ è la retta } \alpha\cap\beta}$

f) cerco retta $s \perp \alpha$ passante per A (centro di γ)

$s: \begin{cases} x = 1+t \\ y = 1-t \\ z = 2t \end{cases}$

Cerco $Q = s \cap \alpha$: $1+t-1+t+4t+6=0 \Rightarrow 6t+6=0 \Rightarrow t=-1$

$\Rightarrow Q = (0,2,-2)$

Verifico che $Q \in \gamma$: $0^2+2^2+(-2)^2-2\cdot 0-2\cdot 2-4 = 4+4-4-4=0$ OK

Quindi α è tangente a γ perché la retta che passa per Q e il centro di γ è ortogonale ad α

β:

$2x+y-z-9=0$ facciamo alla stessa maniera

$t: \begin{cases} x = 1+2t \\ y = 1+t \\ z = 0-t \end{cases}$

$t \cap \beta$: $2+4t+1+t+t-9=0 \Rightarrow 6t=6 \Rightarrow t=1$

$\Rightarrow t\cap\beta = (3,2,-1) \Rightarrow t\cap\beta = B$

$B \in \gamma$ per come è costruita γ $\Rightarrow$ anche β è tangente a γ.