Verifica di Matematica

Nome: ____________________ Classe: ____________ Data: ____________

Ogni risposta deve essere giustificata. Qualora mancasse la giustificazione, l'esercizio verrà considerato non valido (0pt) a prescindere dal risultato ottenuto.

Livello	**N.**	**Esercizio**	**Punti**
I	1	Si semplifichino le seguenti espressioni: i. $3xy - \frac{2}{5}x^2y - \frac{xy}{2} + 2$; ii. $(\sqrt{x}+\sqrt{y})^2 + (x-y)(x+y) - x^2 + \frac{y^8}{y^6} - x(1+2y+4)(x-y)$; iii. $(x-y)^3 + (xy)^2\sqrt{x} - x^3 - y^3$.	.../2pt
	2	Sia risolvano le seguenti equazioni: i. $x^2 + xy - x(x-y) + 2x = 4$; ii. $\frac{x}{2} + \frac{x}{3} + \frac{x}{4} + \frac{x}{6} + \frac{x}{12} = 1 + x$; iii. $(x-y)(x+y) - (x+y)^2 = -2xy$.	.../2pt
	3	Un manuale di topologia algebrica e una penna costano insieme 85,10 matemonete. Il manuale costa 85 matemonete in più della penna, quanto costa la penna?	.../3pt
	4	Sulla Luna, attualmente,vi sono tre tipologie di ampolle, le quali contengono ciò che gli uomini hanno perduto sulla Terra: in alcune vi è la pace, in altre la bellezza e in altre ancora l'armonia. Se ne possono portare alcune sulla Terra, ma le norme vigenti prevedono che non si superino le 24 unità. Inoltre, le ampolle devono essere scelte in modo tale che il numero delle ampolle di pace sia il doppio di quello delle ampolle di armonia e che la somma delle ampolle di armonia e di bellezza sia pari al numero delle ampolle di pace. Determinare quante ampolle di ciascun tipo si possono portare sulla Terra.	.../5pt
II	1	Sia $T : \mathbb{Q}[x]_{\leq 3} \to \mathbb{Q}[x]_{\leq 2}$ una applicazione lineare. Dimostrare che $p + T(p)$ appartiene a $\mathbb{Q}[x]_{\leq 3}$. Nota: Con $\mathbb{K}[x]_{\leq n}$ si indica l'insieme dei polinomi a coefficienti in $\mathbb{K}$ di grado minore o pari a n, ad esempio in $\mathbb{Q}[x]_{\leq 2}$ vivono i polinomi del tipo $ax^2 + bx + c$, con $a, b, c \in \mathbb{Q}$. Si ricorda che una applicazione $T : V \to W$ si dice lineare se $T(\lambda x + \mu y) = \lambda T(x) + \mu T(y)$, ove $x, y \in V$ e $\lambda, \mu \in \mathbb{K}$.	.../6pt
	2	Sia $q \in \mathbb{Q}$. Dimostrare che $q^2 + q = q(q+1)$.	.../4pt
III / Jolly	1	In algebra, un anello R è un insieme non vuoto dotato di due operazioni, somma $(+)$ e prodotto $(\cdot)$, tali che: i. Chiusura della somma: per ogni $a, b \in R$, $a + b \in R$. ii. Associatività della somma: per ogni $a, b, c \in R$, $(a+b)+c = a+(b+c)$. iii. Elemento neutro della somma: esiste $0 \in R$ tale che $a + 0 = a$ per ogni $a \in R$. iv. Elemento opposto: per ogni $a \in R$ esiste $-a \in R$ tale che $a + (-a) = 0$. v. Commutatività della somma: per ogni $a, b \in R$, $a + b = b + a$. vi. Chiusura del prodotto: per ogni $a, b \in R$, $a \cdot b \in R$. vii. Associatività del prodotto: per ogni $a, b, c \in R$, $(a \cdot b) \cdot c = a \cdot (b \cdot c)$. viii. Distributività: per ogni $a, b, c \in R$, $a \cdot (b+c) = a \cdot b + a \cdot c$ e $(a+b) \cdot c = a \cdot c + b \cdot c$. Dimostrare che $\mathbb{R}[x]$ ha struttura di anello. *Suggerimento: non farsi spaventare dalle parole.*	.../15pt

Il questionario è stato scritto e condiviso da RebC - SOS Matematica.

Voto:	4,5	5	6	7	8	9	10	10L
Punteggio:	< 5 pt	5 pt	6 pt	10 pt	12 pt	14 pt	18 pt	> 18 pt

Buon lavoro!