

Per ogni quesito dare adeguate spiegazioni

Es 1. Dato il sistema

$$\begin{cases} x - 2y + 3z - t + u = 0 \\ 2x - 4y + t - hu = h \\ 6z - 2t + 2u = 1 - h \\ x - 2y + 9z - 3t + (3 + h)u = 2 \end{cases}$$

studiarne la compatibilità al variare di h (o se non si sa fare in generale per $h = 0$ ma in tal caso il voto sarà dimezzato). Discutere il numero delle soluzioni al variare di h e calcolare tali soluzioni.

Es 2. Sono dati i sottospazi di \mathbb{R}^5 $V_h = \text{Sol}(A)$ ove A è la matrice dei coefficienti del precedente sistema

$$W_k = L(\{(1, 0, 0, 1, -1), (-2, -1, 0, 0, k), (3, 1, 0, 1, -1)\}).$$

- i) Determinare la dimensione ed una base di V_h e di W_k , al variare di h e k ;
- ii) Determinare dimensione e base di $V_0 \cap W_0$ e $V_0 + W_0$.

Es 3. Sia $f : (a, b, c, d) \in \mathbb{R}^4 \rightarrow (a + hb)x^2 - (a + c)x + d \in \mathbb{R}[x]_2$

- i) Senza effettuare calcoli dire se f può essere iniettiva, suriettiva, biettiva.
- ii) Calcolare $\text{Im}f$ e $\ker f$
- iii) Fissare la base canonica dei polinomi ed una base di \mathbb{R}^4 non canonica e scrivere la matrice A associata ad f nella base fissata.

Es 4. Nello spazio tridimensionale E^3 siano dati le rette $r : \begin{cases} x + y + z = 0 \\ x + y - z = 2 \end{cases}$, $s : \begin{cases} x = t - 3 \\ y = 3 - t \\ z = h + ht \end{cases}$ ed

il piano $\pi : x + y + z = 0$

- i) Studiare la posizione reciproca di r e π ed r e s .
- ii) Determinare se esiste il piano contenente s passante per $P(1, -1, 0)$
- iii) Determinare se esiste una retta ortogonale a π passante per P
- iv) Dire per quali valori di h le rette possono essere assi di un riferimento affine.

Es 5. Sia data la matrice $A_k : \begin{pmatrix} -2 & 6k & 0 \\ 0 & k + 1 & 3k \\ 0 & 3k & k + 1 \end{pmatrix}$

- i) studiare la diagonalizzabilità di A_k al variare di k , trovare gli autospazi e, se possibile, diagonalizzare A_1 .
- ii) Determinare i valori di k per cui A_k sia ortogonalmente diagonalizzabile
- iii) Determinare una base ortonormale dell'autospazio V_{-2} di A_1

Es 6. Dare la definizione di vettori linearmente indipendenti

Es 7. Enunciare la regola di Cramer

Es 8. Dare almeno due definizioni equivalenti di rango di una matrice

Es 9. Dare la definizione di componenti di un vettore rispetto ad una base ordinata