Risolvo le disequazioni separatamente.

① $\dfrac{-4x^2-3x+1}{(x^2+9)(x^2-x+6)} \geq 0$

Studio il segno della frazione:

⊙ $-4x^2-3x+1 \geq 0$

$\Delta = 9+16 = 25 > 0$

$x = \dfrac{3 \pm 5}{-8}$ $\quad x_1 = -1$, $\quad x_2 = \dfrac{+1}{4}$

$\boxed{-1 \leq x \leq \frac{1}{4}}$

⊙ $x^2+9 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

⊙ $x^2-x+6 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$ $\qquad \Delta = 1-24 < 0$

La soluzione della diseq fratta è

$\boxed{-1 \leq x \leq \frac{1}{4}}$

② $3x \geq x^2 \rightarrow x^2-3x \leq 0$

$\rightarrow \boxed{0 \leq x \leq 3}$

③ $\frac{3}{x^2-3x} + \frac{2}{x} \leq \frac{1}{x^2}$

$x(x-3)$

$$\frac{3x + 2x(x-3) \leq (x-3)}{x^2(x-3)}$$

$$\frac{3x + 2x^2 - 6x - x + 3}{x^2(x-3)} \leq 0$$

$$\frac{2x^2 - 4x + 3}{x^2(x-3)} \leq 0$$

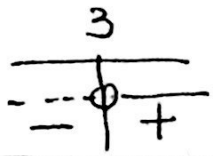
Studio il segno della frazione:

⊙ $2x^2 - 4x + 3 \geq 0$

$\Delta = 16 - 24 < 0 \quad \forall x \in \mathbb{R}$

⊙ $x^2 > 0 \quad \forall x \in \mathbb{R} \quad$ ma $x \neq 0$

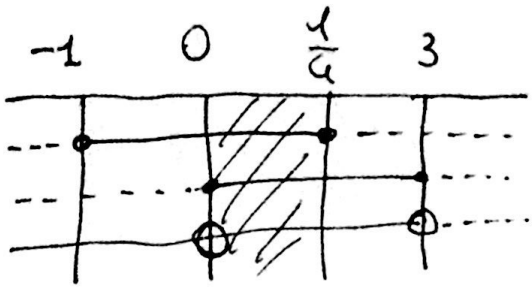
⊙ $x - 3 > 0 \quad x > 3$



La soluzione è: $\boxed{x < 3 \cup \{x \neq 0\}}$

Metto a sistema le soluzioni

$$\begin{cases} -1 \leq x \leq \frac{1}{4} \\ 0 \leq x \leq 3 \\ x < 3 \cup \{x \neq 0\} \end{cases}$$



La soluzione è: $0 \leq x \leq \frac{1}{4}$