

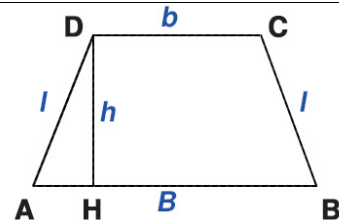
85 In un trapezio isoscele $ABCD$ la base minore CD è $\frac{5}{8}$ della base maggiore AB , mentre ciascuno dei due lati obliqui è la metà della base minore. Sapendo che il perimetro del trapezio è 36 cm, determina la sua area. [52 cm²]

Nel nostro trapezio isoscele abbiamo che:

$$CD = \frac{5}{8} AB \text{ da cui } AB = \frac{8}{5} CD$$

$$BC = AD = \frac{1}{2} CD$$

Ponendo $CD = x$ possiamo scrivere il perimetro del trapezio isoscele in funzione di x :



$$2p = CD + AB + 2 \cdot BC = x + \frac{8}{5}x + 2 \cdot \frac{1}{2}x$$

Sappiamo anche che il perimetro è uguale a 36 cm per cui avremo che

$$x + \frac{8}{5}x + 2 \cdot \frac{1}{2}x = 36 \text{ cm} \Rightarrow x + \frac{8}{5}x + x = 36 \text{ cm} \Rightarrow 2x + \frac{8}{5}x = 36 \text{ cm} \Rightarrow \frac{10x + 8x}{5} = 36 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow \frac{18}{5}x = 36 \text{ cm} \Rightarrow x = 36 \cdot \frac{5}{18} \text{ cm} = 2 \cdot 5 \text{ cm} = 10 \text{ cm}$$

Quindi la base minore $CD = x = 10$ cm. Ora possiamo calcolare la base maggiore e i lati obliqui:

$$AB = \frac{8}{5} CD = \frac{8}{5} \cdot 10 = 8 \cdot 2 = 16 \text{ cm}$$

$$BC = AD = \frac{1}{2} CD = \frac{1}{2} \cdot 10 = 5 \text{ cm}$$

Per calcolare l'area ci serve l'altezza CH che, considerando il triangolo rettangolo AHD possiamo calcolare con Pitagora:

$$\text{Calcoliamo } AH = \frac{AB - CD}{2} = \frac{16 - 10}{2} = \frac{6}{2} = 3 \text{ cm}$$

$$DH = \sqrt{AD^2 - AH^2} = \sqrt{5^2 - 3^2} = \sqrt{25 - 9} = \sqrt{16} = 4$$

$$\text{Area} = \frac{(AB + CD)}{2} \cdot DH = \frac{(16 + 10)}{2} \cdot 4 = 26 \cdot 2 = 52 \text{ cm}^2$$