Se vuoi evitare di lavorare con le differenze di potenze ti conviene usare le sostituzioni più volte

Infatti si procede inizialmente come ha fatto il collega:

Sostituendo la variabile in modo da far sparire l'espressione sotto i radicali con y = 1 -x otteniamo

$\sqrt{1-x}=\sqrt{y}$

$\sqrt[3]{1-x}$

$x=1-y$

Inoltre quando x →0 abbiamo che y→1, per accorgesene basta calcolare $\lim_{x\to 0} y=\lim_{x\to 0}(1-x)=1-0=1$

quindi

$$\lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1-x}-\sqrt[3]{1-x}}{x}=\lim_{y\to 1}\frac{\sqrt{y}-\sqrt[3]{y}}{1-y}=\lim_{y\to 1}\frac{\sqrt[6]{y^3}-\sqrt[6]{y^2}}{1-y}=\lim_{y\to 1}\frac{\sqrt[6]{y}\sqrt[6]{y^2}-\sqrt[6]{y^2}}{1-y}=\lim_{y\to 1}\frac{\sqrt[3]{y}(\sqrt[6]{y}-1)}{1-y}=\lim_{y\to 1}\sqrt[3]{y}\lim_{y\to 1}\frac{\sqrt[6]{y}-1}{1-y}=-\lim_{y\to 1}\frac{\sqrt[6]{y}-1}{y-1}$$

Sostituendo la variabile una seconda volta con $t=\sqrt[6]{y}$ in modo da far sparire il radicale otteniamo

$\sqrt[6]{y}-1=t-1$

$y-1=t^6-1$

Se y→1 allora t→1 quindi

$$\lim_{y\to 1}\frac{\sqrt[6]{y}-1}{y-1}=\lim_{t\to 1}\frac{t-1}{t^6-1}=\lim_{t\to 1}\frac{t-1}{(t-1)(t^5+t^4+t^3+t^2+t+1)^*}=\lim_{t\to 1}\frac{1}{t^5+t^4+t^3+t^2+t+1}=\frac{1}{6}$$

Quindi il limite è $-\frac{1}{6}$

* questa scomposizione è una scomposizione nota come differenza di potenze, ma se non la conoscessi potrei arrivare alla scomposizione usando Ruffini o l'algoritmo della divisione col resto di t^6-1 per t -1.