$$f(x) = \frac{1 - \left(\frac{1}{e}\right)^{1-x}}{\sqrt[3]{10} - \sqrt{10^{1-x}}}$$

calcolo del DOMINIO

$\left(\frac{1}{e}\right)^{1-x}$ esiste $\forall x \in \mathbb{R}$

Condizione di esistenza è che

$$\sqrt[3]{10} - \sqrt{10^{1-x}} \neq 0$$

$$\sqrt{10^{1-x}} \neq \sqrt[3]{10}$$

Elevo entrambi i membri al quadrato per togliere la $\sqrt{\ }$ al primo membro

$$10^{1-x} \neq \left(\sqrt[3]{10}\right)^2$$

$$10^{1-x} \neq (10)^{2/3} \rightarrow 1-x \neq \frac{2}{3}$$

$$x \neq 1 - \frac{2}{3} \qquad x \neq \frac{1}{3}$$

Quindi il DOMINIO è

$\mathbb{R} \setminus \left\{\frac{1}{3}\right\}$ oppure $\left\{x \neq \frac{1}{3}\right\}$

$x = \frac{1}{3}$ è asintoto verticale

Studio il SEGNO

$f(x) > 0 \rightarrow 1 - \left(\frac{1}{e}\right)^{1-x} > 0$ ①

$\sqrt[3]{10} - \sqrt{10^{1-x}} > 0$ ②

① $\left(\frac{1}{e}\right)^{1-x} < 1 = e^0$

$(e)^{-1+x} < e^0 \rightarrow -1+x < 0 \rightarrow x < 1$

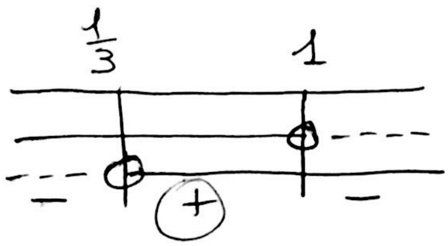
② $\sqrt[3]{10} - \sqrt{10^{1-x}} > 0$

$\sqrt{10^{1-x}} < \sqrt[3]{10} \rightarrow 10^{1-x} < 10^{2/3} \rightarrow$

$\rightarrow 1-x < \frac{2}{3} \rightarrow -x < \frac{2}{3} - 1$

$\rightarrow -x < -\frac{1}{3} \rightarrow x > \frac{1}{3}$

Studio il segno dell'a diseq fratta: $f(x) > 0$



$f(x) > 0$ se

$\frac{1}{3} < x < 1$

Intersezioni con ASSI

$x = 0 \rightarrow f(0) = \dfrac{1-\left(\frac{1}{e}\right)^{1-0}}{\sqrt[3]{10} - \sqrt{10}} = \dfrac{1-\frac{1}{e}}{\sqrt[3]{10} - \sqrt{10}}$

(osservo che:
se $x=1 \rightarrow f(1) = \dfrac{1-\left(\frac{1}{e}\right)^{0}}{\sqrt[3]{10} - \sqrt{10^0}} = \dfrac{1-1}{\sqrt[3]{10} - 1} = 0$)

$f(x) = 0 \rightarrow 1 - \left(\frac{1}{e}\right)^{1-x} = 0$

$\rightarrow \left(\frac{1}{e}\right)^{1-x} = 1 \rightarrow x = 1$

Piano cartesiano