Risolvo le disequazioni separatamente

(1) $$\frac{1}{x^2-x+1}-\frac{5}{2x+2}+\frac{2x^2-3x+1}{x^3+1}>0$$

$$\frac{1}{x^2-x+1}-\frac{5}{2(x+1)}+\frac{2x^2-3x+1}{(x+1)(x^2-x+1)}>0$$

[scomposizione/prodotto notevole
$A^3+B^3=(A+B)(A^2-AB+B^2)$]

$$\frac{2(x+1)-5(x^2-x+1)+2(2x^2-3x+1)}{2(x+1)(x^2-x+1)}>0$$

$$\frac{2x+2-5x^2+5x-5+4x^2-6x+2}{2(x+1)(x^2-x+1)}>0$$

$$\frac{-x^2+x-1}{2(x+1)(x^2-x+1)}>0$$

$$\frac{-\cancel{(x^2-x+1)}}{2(x+1)\cancel{(x^2-x+1)}}>0$$

Posso semplificare perché
$x^2-x+1=0 \rightarrow \Delta=1-4=-3<0$
Quindi $x^2-x+1>0 \quad \forall x\in\mathbb{R}$

Studio il segno dell'equazione 1

$$\frac{-1}{2(x+1)} > 0 \rightarrow \frac{1}{2(x+1)} < 0$$

La soluzione è : $x+1 < 0 \rightarrow x < -1$

(la frazione è negativa, se il denominatore è negativo)

2 $$\frac{x^3-x}{x^2+1} \geq 0 \rightarrow \frac{x(x^2-1)}{x^2+1} \geq 0$$

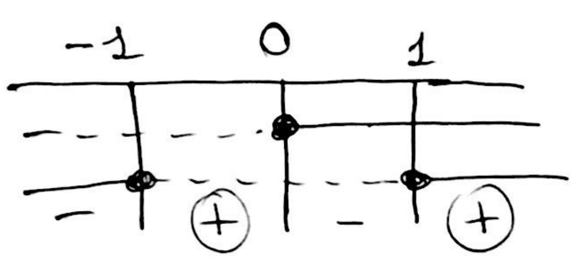
Studio il segno dell'equaz 2

$x \geq 0$

$x^2-1 \geq 0 \rightarrow x \leq -1 \cup x \geq 1$

$x^2+1 > 0 \rightarrow \forall x \in \mathbb{R}$ sempre positiva

(l'equaz x^2+1 ha $\Delta < 0$)

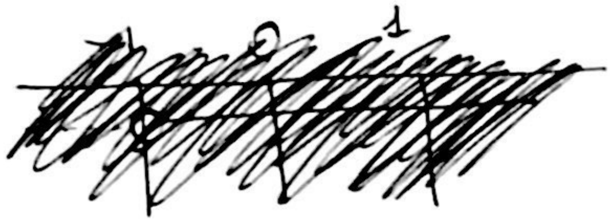


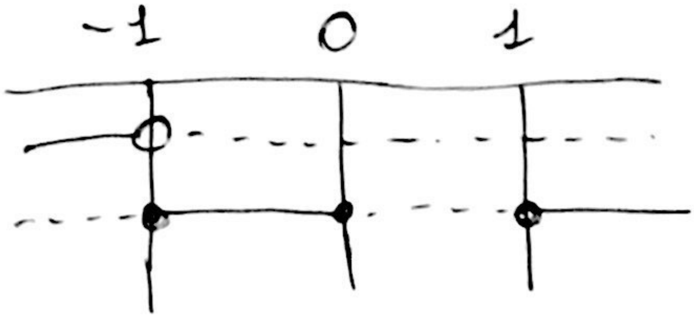
La soluzione è : $-1 \leq x \leq 0 \cup x \geq 1$

Rimetto le soluzioni a sistema:

$$\begin{cases} x < -1 \\ -1 \leq x \leq 0 \ \cup \ x \geq 1 \end{cases}$$

Disegno il grafico:





Nessun intervallo comprende entrambe le soluzioni

Il sistema è <u>impossibile</u>