

chiamo  $f$  la retta da trovare

a)  $a+b+c=0 \Rightarrow a=-b-c$

$$f = \begin{cases} x = -bt - ct + x_p \\ y = -bt + y_p \\ z = -ct + z_p \end{cases}$$

$$\vec{v} = \frac{1}{\sqrt{b^2+2c^2+2bc}} (-b-c, b, c)$$

c)  $\vec{w} = (0, 0, 1)$

$$\triangle \frac{c}{\sqrt{b^2+2c^2+2bc}} = \frac{2}{2\sqrt{2}} \Rightarrow \frac{c}{\sqrt{b^2+2c^2+2bc}} = 1 \Rightarrow c^2 = b^2+c^2+bc \Rightarrow b^2+bc=0 \Rightarrow \boxed{c=-b}$$

$$\Rightarrow \vec{v} = \frac{(0, b, -b)}{\sqrt{4b^2-2b^2}} = \frac{(0, b, -b)}{\sqrt{2b^2}} = (0, \frac{1}{\sqrt{2}}, -\frac{1}{\sqrt{2}})$$

$\Rightarrow f = \begin{cases} x = x_p \\ y = -\frac{1}{\sqrt{2}}t + y_p \\ z = \frac{1}{\sqrt{2}}t + z_p \end{cases}$  se trovo  $P(x_p, y_p, z_p)$  tale che  $f$  intersechi  $r$  ed  $s$  ho vinto! inoltre posso riscrivere  $f = \begin{cases} x = x_p \\ y = -t + y_p \\ z = t + z_p \end{cases}$

b) Vettore direttore  $r \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{vmatrix} = i(-2-1) - 5(2-1) + k(1+1) = (-3, -1, 2)$

cerca  $A \in r : A = \begin{cases} x = y - z + 1 \\ x = -y - 2z \end{cases} \Rightarrow y - z + 1 = -y - 2z \Rightarrow 2y + z + 1 = 0 \Rightarrow A = (2, 0, -1)$

$$r = \begin{cases} x = -3t_1 + 2 \\ y = -t_1 \\ z = 2t_1 - 1 \end{cases}$$

Vettore direttore  $s \begin{vmatrix} i & j & k \\ 1 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & -2 \end{vmatrix} = i(2-1) - 5(-2-1) + k(1+1) = (1, 3, 2)$

cerca  $B \in s : B = (0, 0, 0)$

$$s = \begin{cases} x = t_2 \\ y = 3t_2 \\ z = 2t_2 \end{cases}$$

Adesso devo trovare  $P$  in modo che  $f$  intersechi  $r$  ed  $s$ .

Prendo  $P$  in modo che stia su  $r$ .

$$P = (-3t_1 + 2, -t_1, 2t_1 - 1) \Rightarrow f = \begin{cases} x = -3t_1 + 2 \\ y = -t_1 - t_1 \\ z = t_1 + 2t_1 - 1 \end{cases}$$

In questo modo  $f$  interseca sicuramente  $r$

cerco  $t_1$  in modo che  $f$  intersechi  $s$

$$\begin{cases} -3t_1 + 2 = t_2 \\ t - t_1 = 3t_2 \\ t + 2t_1 - 1 = 2t_2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} t - t_1 = -9t_1 + 6 \\ t + 2t_1 - 1 = -6t_1 + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -8t_1 + 6 = t \\ -8t_1 + 6 + 2t_1 - 1 = -6t_1 + 4 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} -6t_1 + 5 = -6t_1 + 4 \end{cases} \text{ impossibile}$$