$x^2+y^2-2x+ky-k=0$

a) Per trovare i punti base:

Pongo $k=0 \Rightarrow x^2+y^2-2x=0$

pongo $k=1 \Rightarrow x^2+y^2-2x+y-1=0$

Faccio l'intersezione: $\begin{cases} x^2+y^2-2x=0 \\ x^2+y^2-2x+y-1=0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} \\ -2x=-2x+y-1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2-2x+1=0 \\ y=1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ y=1 \end{cases}$

c'è un unico punto base: $\boxed{(1,1)}$

b) l'asse radicale è $y=1$ (si ottiene sostituendo nell'equaz data due valori di k e facendo una sottrazione membro a membro: in pratica quello che abbiamo fatto nel punto a))

La retta dei centri è perpendicolare all'asse radicale e passa per il centro di una qualsiasi circonferenza del fascio.

Prendo: $x^2+y^2-2x=0$ questa ha centro: $(1,0)$

$\Rightarrow$ retta dei centri: $\boxed{x=1}$

c) il raggio di una circonferenza è: $r=\sqrt{\frac{a^2}{4}+\frac{b^2}{4}-c}$

$\Rightarrow$ data: $x^2+y^2-2x+ky-k=0$

$$2=\sqrt{\frac{(-2)^2}{4}+\frac{k^2}{4}-(-k)} \Rightarrow 2=\sqrt{1+\frac{k^2}{4}+k} \Rightarrow 4=1+\frac{k^2}{4}+k \Rightarrow \frac{k^2}{4}+k-3=0 \Rightarrow k^2+4k-12=0$$

$$k_{1,2}=\frac{-4\pm\sqrt{16-4(-12)}}{2}=\frac{-4\pm 8}{2}= \begin{cases} -6 \\ 2 \end{cases}$$

$\Rightarrow$ le due circonferenze cercate sono:

$$\boxed{\begin{array}{l} x^2+y^2-2x-6y+6=0 \\ x^2+y^2-2x+2y-2=0 \end{array}}$$

d) $\begin{cases} x^2+y^2-2x+ky-k=0 \\ y=2 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2+4-2x+2k-k=0 \\ \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2-2x+k+4=0 \\ \end{cases} \Rightarrow x_{1,2}=\frac{2\pm\sqrt{4-4(k+4)}}{2}$

Affinché le intersezioni siano due:

$4-4k-16>0 \Rightarrow$

$-4k-12>0 \Rightarrow$

$-4k>12 \Rightarrow \boxed{k<-3}$