

Verifica di Matematica

Nome: _____

Classe: _____

Data: _____

Ogni risposta deve essere giustificata. Qualora mancasse la giustificazione, l'esercizio verrà considerato non valido (0pt) a prescindere dal risultato ottenuto.

Livello	N.	Esercizio	Punti
I	1	Si individuino, se esistono, le soluzioni delle seguenti equazioni goniometriche: <ol style="list-style-type: none"> i. $2 \cos 5x + \sqrt{2} = 0$; ii. $\sin(x - \frac{\pi}{8}) = \cos(\frac{\pi}{4} - x)$; iii. $8 \sin^2 x \cos^2 x = 1$; iv. $\cos^2 x + \sin^2 2x = 1$. 	.../4pt
	2	Si individuino, se esistono, le soluzioni delle seguenti disequazioni goniometriche: <ol style="list-style-type: none"> i. $\frac{\tan^2 x - \sqrt{3} \tan x}{\tan^2 x - 1} < 1$; ii. $\sin x \leq \frac{\sqrt{2}}{2}$; iii. $\sqrt{\cos^2 x - \sin^2 x} + 3 \cos 2x \geq \sqrt{2}$. 	.../6pt
	3	Due osservatori \mathcal{A} e \mathcal{B} distano tra loro 100 m e osservano in cielo un pallone aerostatico \mathcal{P} . L'angolo tra il segmento \overline{AB} e la direzione \overline{AP} è 45° , mentre l'angolo tra il segmento \overline{BA} e la direzione \overline{BP} è 60° . Calcolare la distanza del pallone dall'osservatore \mathcal{A}/5pt
	4	Svolgere una delle seguenti consegne: <ol style="list-style-type: none"> i. Si ricavi una delle seguenti relazioni: $\sin^2 \theta + \cos^2 \theta = 1$, $\cos \frac{\theta}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 + \cos \theta}{2}}$; ii. Determinare il periodo della funzione $f(x) = \frac{\sin x + \cos x}{\sin x - \cos x}$; iii. Spiegare la differenza tra il sistema di misura degli angoli in gradi e quello in radianti, descrivendo come sono stati definiti e costruiti. Illustrare inoltre il procedimento per convertire un angolo espresso in gradi nel corrispondente valore in radianti e viceversa. 	.../6pt
II	1	Le misure dei lati di un triangolo sono 40, 60 e 80 cm. Si calcolino, con l'aiuto di una calcolatrice, le ampiezze degli angoli del triangolo approssimandole in gradi e primi sessagesimali.	.../6pt
	2	Si consideri, nel piano euclideo munito di sistema di riferimento cartesiano Oxy , il triangolo di vertici $A(1, 0)$, $B(-1, 0)$, $C(0, 1)$. Determinare le coordinate polari dei vertici del triangolo e rappresentarlo nel piano polare (ρ, θ) , ove ρ indica la distanza di un punto dall'origine O , mentre θ l'angolo formato dalla direzione \overline{OP} con il semiasse positivo delle ascisse, misurato in senso antiorario. <i>Nota: si ricorda che il passaggio da coordinate cartesiane a polari avviene tramite le seguenti relazioni: $x = \rho \cos \theta$, $y = \rho \sin \theta$, $\rho^2 = x^2 + y^2$.</i>	.../10pt
III / Jolly	1	Omotopia. Nel piano euclideo \mathbb{R}^2 si considerino le due curve parametriche: $\gamma, \eta : [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad \gamma(t) = (\cos t, \sin t), \quad \eta(t) = (a \cos t, b \sin t). \quad a, b \in \mathbb{R}_{>0}$ <ol style="list-style-type: none"> 1. Mostrare che γ rappresenta una circonferenza di raggio 1 centrata nell'origine e che η rappresenta un'ellisse centrata nell'origine. 2. Considerare l'applicazione $H : [0, 1] \times [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2, \quad (s, t) \mapsto \begin{pmatrix} (1 - s + sa) \cos t \\ (1 - s + sb) \sin t \end{pmatrix}$ Mostrare che: a) $H(0, t) = \gamma(t)$, b) $H(1, t) = \eta(t)$; c) per ogni $s \in [0, 1]$, la funzione $t \mapsto H(s, t)$ è una curva chiusa continua. 3. Sapendo che due curve γ ed η si dicono <i>omotope</i> se esiste una funzione continua $H : [0, 1] \times [0, 2\pi] \rightarrow \mathbb{R}^2$ tale che $H(0, t) = \gamma(t)$, $H(1, t) = \eta(t)$, concludere che la circonferenza e l'ellisse sono omotope in \mathbb{R}^2. 4. Descrivere geometricamente cosa rappresenta un'omotopia. 	.../10pt

Il questionario è stato scritto e condiviso da RebC - SOS Matematica.

Voto:	4,5	5	6	7	8	9	10	10L
Punteggio:	< 5 pt	5 pt	6 pt	10 pt	12 pt	14 pt	18 pt	> 18 pt

Buon lavoro!